



Modele de Optimizare versus Modele de Simulare și Econometrice

Neculai Andrei,

*Institutul de Cercetări în Informatică,
Centrul de Modelare și Optimizare Avansată
8-10, Bdl. Averescu, București 1, România,
E-mail: nandrei@ici.ro*

Rezumat. Se cunosc foarte multe tipuri de modele matematice și acestea se pot clasifica în multe moduri. Modelele pot fi: *statice* sau *dinamice*, *liniare* sau *neliniare*, *deterministe* sau *stocastice* etc. Dar, una dintre cele mai profunde clasificări împarte modelele matematice în cele care optimizează și cele care simulează. Distincția între cele două clase de modele matematice este importantă deoarece, pe de-o parte, fundamental, acestea au scopuri diferite și apoi, pe de altă parte, fiecare se bazează pe alte concepte matematice. În cele ce urmează vom prezenta caracteristicile tipurilor de modele matematice enunțate mai sus.

1. Optimizare

Un model de optimizare este normativ sau prescriptiv. El nu ne spune ce se va întâmpla într-o anumită situație, ci ne arată ce să facem pentru a obține cea mai bună situație. Orice model de optimizare are trei componente: *funcția obiectiv*, *variabilele de decizie* și *restricțiile* [Andrei, 1999, 2001, 2002, 2003]. Funcția obiectiv definește scopul sau obiectivul modelului. Evident că un model de optimizare poate conține mai multe funcții obiectiv. Funcția obiectiv acționează ca un criteriu în raport cu care se face optimizarea. Variabilele de decizie reprezintă mărimile pe care trebuie să le alegem pentru a optimiza funcția obiectiv. Trebuie să facem o distincție între variabilele problemei și parametrii acesteia. Prin parametrii unui model de optimizare înțelegem acele mărimi care definesc modelul ca entitate independentă în realitatea înconjurătoare. Parametrii au anumite valori numerice bine precizate și cunoscute. Variabilele de decizie reprezintă necunoscutele modelului. Acestea pot încadra modelul în diverse clase de modele după valorile pe care le pot lua. Astfel se cunosc modele cu variabile în numere reale, întregi sau booleene după cum variabilele iau valori în mulțimile corespunzătoare. Restricțiile modelului reprezintă acele relații matematice care constrâng alegerea variabilelor de decizie. De obicei tipul unui model de optimizare este dat de forma restricțiilor care pot fi: *statice* sau *dinamice*, *liniare* sau *neliniare*, *deterministe* sau *stocastice* etc. Un model de optimizare consideră la intrare aceste trei componente și

generează la ieșire valoarea optimă a variabilelor de decizie, precum și valoarea optimă a obiectivului.

Într-o formă foarte generală, un model de optimizare statică se poate prezenta sub forma:

$$\min f(x) \quad (1,a)$$

referitor la:

$$g(x) = 0, \quad (1,b)$$

$$h(x) \geq 0, \quad (1,c)$$

$$l \leq x \leq u, \quad (1,d)$$

unde $f: R^n \rightarrow R$ este funcția obiectiv, iar funcțiile $g: R^n \rightarrow R^m$ și $h: R^n \rightarrow R^p$ reprezintă restricțiile modelului explicitate aici sub formă de egalități și inegalități. Vectorii l și u definesc restricțiile margini simple asupra variabilelor. Un astfel de model de optimizare se mai numește și *problemă de programare matematică*. Aceasta constă în a determina valorile variabilelor de decizie x care minimizează funcția obiectiv (1,a) în virtutea sistemului de restricții de tipul egalități (1,b), inegalități (1,c) și margini simple (1,d). Observăm că modelul este foarte general. Funcțiile problemei pot fi liniare, sau neliniare. O clasificare a tipurilor de probleme de programare matematică este dată în [Andrei, 2002].

Un model de *optimizare dinamică*, în forma lui cea mai generală, se poate prezenta sub forma:

$$\min \varphi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \Phi(x(t), u(t), t) dt \quad (2,a)$$

referitor la:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2,b)$$

$$g(x(t), u(t), t) = 0, \quad (2,c)$$

$$h(x(t), u(t), t) \geq 0, \quad (2,d)$$

$$a(t) \leq x(t) \leq b(t), \quad (2,e)$$

$$c(t) \leq u(t) \leq d(t), \quad (2,f)$$

$$t \in [t_0, t_f].$$

În acest caz observăm că problema constă în a determina funcția $u(t)$, $t \in [t_0, t_f]$, care minimizează funcționala de performanță (2,a) în virtutea ecuației de dinamică (2,b) inițializată în x_0 și a restricțiilor (2,c)-(2,f) exprimate sub formă de egalități, inegalități și respectiv margini simple.

Rezolvarea problemelor de optimizare exprimate în forma (1) sau (2) se bazează pe *condițiile de optimalitate* asociate acestor probleme. Într-adevăr, pentru problema (1,a)-(1,c) condițiile necesare de optimalitate, cunoscute ca și condițiile Karush-Kuhn-Tucker, pentru ca x^* să fie o soluție optimă constau în existența multiplicatorilor $u \in R^m$ și $v \in R^p$, astfel încât:

$$\nabla f(x^*) + \nabla g(x^*)^T u + \nabla h(x^*)^T v = 0,$$

$$\begin{aligned} g(x^*) &= 0, \\ h(x^*) &\geq 0, \\ v_i h_i(x^*) &= 0, \quad i = 1, \dots, p, \\ v_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, p. \end{aligned}$$

În esență acestea se exprimă ca un sistem algebric neliniar. Altfel spus, un punct se califică drept soluție optimă a problemei de optimizare dacă acesta verifică condițiile de optimalitate.

Pentru problema (2,a)-(2,b) acestea sunt date de *principiul maximului* al lui Pontriaghin. Într-adevăr, introducând Hamiltonianul problemei

$$H(x(t), u(t), p(t), t) = \Phi(x(t), u(t), t) + p(t)^T f(x(t), u(t), t),$$

atunci condițiile necesare pentru ca $u^*(t) \in U$, unde U este un domeniu mărginit și închis din R^n , să fie o comandă optimă pentru minimizarea criteriului (2,a) referitor la dinamica (2,b) inițializată în x_0 sunt:

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= \frac{\partial H}{\partial p}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t), \\ \dot{p}^*(t) &= -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t), \\ H(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) &\leq H(x^*(t), u(t), p^*(t), t), \end{aligned}$$

pentru toate comenzile admisibile $u(t) \in U$, și pentru toți $t \in [t_0, t_f]$, și

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial \varphi(x^*(t_f), t_f)}{\partial x} - p^*(t_f) \right]^T \delta x_f \\ &+ \left[H(x^*(t_f), u^*(t_f), p^*(t_f), t_f) + \frac{\partial \varphi}{\partial t}(x^*(t_f), t_f) \right] \delta t_f = 0. \end{aligned}$$

Vedem că astfel formulate problemele au fost reduse la una de admisibilitate, adică de rezolvare a condițiilor de optimalitate.

Tehnologia actuală de utilizare a modelelor de optimizare implică generarea automată a acestor modele prin intermediul *limbajelor de modelare*, ca, de exemplu: AMPL [Fourer, Gay și Kernighan, 1993], GAMS [Brooke, Kendrick, Meeraus, 1988], [Brooke, Kendrick, Meeraus, Raman, Rosenthal, 1998], ALLO [Andrei și Borcan, 1995, 1997], [Andrei 2001, 2002, 2003].

Majoritatea modelelor de optimizare au anumite *limite* care trebuie cunoscute de cei care le utilizează. Prima dificultate constă în faptul că un model de optimizare este, într-un anumit sens, *rigid*. Teoria și practica optimizării s-au dezvoltat în limitele unui model matematic de forma (1) sau (2) care implică cu necesitate cunoașterea tuturor elementelor modelului. Rigiditatea optimizării provine tocmai din această ipoteză de cunoaștere a realității. Slăbirea acestor

ipoteze conduce la alte tipuri de modele de optimizare ca: optimizare stocastică, optimizare parametrică, optimizare cu coeficienți mulțime, sau a modelelor de simulare.

Admițând această rigiditate, remarcăm că o altă dificultate în specificarea unui model de optimizare este *definirea funcției obiectiv*. Orice funcție obiectiv conține valori și preferințe. Problema este: ce valori, preferințele cui, cum se poate încorpora intangibilul în funcția obiectiv. Cum se pot armoniza diverse grupuri de preferințe în funcția obiectiv. Toate acestea sunt probleme grele care arată importanța analizei situației modelate.

O altă chestiune care trebuie avută în vedere este *liniaritatea* modelelor de optimizare. Deoarece problemele de optimizare sunt foarte complexe, implicând mii sau zeci de mii de variabile și restricții, problema matematică de rezolvare a acestor probleme este extrem de dificilă. De aceea, modelistii introduc anumite simplificări. Una dintre cele mai utilizate este presupunerea că relațiile modelului de optimizare sunt liniare. Din punct de vedere matematic liniaritatea este foarte convenabilă. Cea mai populară problemă de programare matematică este programarea liniară care are aplicații în practic toate domeniile de activitate și pentru care se cunosc algoritmi polinomiali de rezolvare. Totuși, în realitate liniaritatea este foarte puțin prezentă. Aceasta a dus la dezvoltarea metodelor de optimizare neliniară, un domeniu foarte activ cu rezultate remarcabile [Andrei, 1999].

Deseori modelele de optimizare conțin expresii algebrice foarte complexe care depind de o serie de *parametri*, cunoscuți ca *variabile exogene*. Parametri au valori precizate și constituie date de intrare în model. Valorile parametrilor pot proveni din alte modele, sau pot fi generate din modelul mental al modelistului. Problema acurateții parametrilor este foarte importantă, nesiguranța în precizarea lor a condus la apariția optimizării cu parametri, optimizare stocastică, studiul dependenței soluțiilor de parametri, introducerea calculului cu intervale etc.

În final, menționăm faptul că deseori modelele de optimizare nu consideră așa numitele *variabile cu argument întârziat*. Modelele de optimizare, mai ales cele de optimizare dinamică, care conțin asemenea variabile sunt foarte greu de rezolvat și încă nu se dispune de o teorie care să precizeze condițiile de optimalitate. Întârzierile în sistemele complexe sunt importante deoarece acestea sunt o sursă majoră de instabilitate.

În ciuda limitelor lor, modelele de optimizare s-au dovedit extrem de utile în foarte multe domenii de activitate. Cerința este ca acestea să fie utilizate pentru rezolvarea problemelor care într-adevăr necesită optimizare. Ori de câte ori problema de rezolvat este una care implică o alegere a celei mai bune situații dintr-o multitudine de situații disponibile optimizarea trebuie să fie considerată. Ieșirea unui model de optimizare este o *recomandare* care arată ce alternativă trebuie selectată pentru a extremiza un anumit criteriu de performanță.

2. Simulare

Verbul latin *simulare* înseamnă a imita, a mima. Scopul unui model de simulare este de a mima lumea reală în vederea studierii comportării ei. Un model de

simulare este o replică de laborator a unui sistem real. Creând o reprezentare de laborator a porțiunii de univers analizate modelistul poate face o serie de experimente care altminteri sunt imposibile, ne-etice, sau foarte costisitoare. Simularea este foarte mult utilizată atât în domeniul ingineresc cât și în cel economic sau social. Se cunosc multe tehnici de simulare incluzând modele stocastice, sisteme dinamice, simulare discretă, jocuri etc. Totuși, toate acestea au un mod de abordare comun al modelării matematice.

Modelele de optimizare sunt prescriptive, cele de simulare sunt descriptive. Un model de simulare nu calculează ce ar trebui să se facă pentru a atinge un anumit scop particular, ci clarifică ce s-ar întâmpla într-o situație dată. Scopul unui model de simulare poate fi acela de *prognoză* în sensul predicționării comportării viitoare a sistemului în anumite condiții date, sau de *proiectare a unei politici* în sensul de a elabora strategii sau structuri organizaționale și a evalua efectul lor în comportarea sistemului. Cu alte cuvinte modelele de simulare sunt instrumente de tipul „*what if*”. Deseori o informație de acest tip este mai importantă decât cunoașterea deciziei optime.

Un model de simulare este mai puțin rigid decât unul de optimizare. Orice model de simulare are două componente importante. Prima include o *reprezentare matematică* a porțiunii creației care se studiază. Gradul de detaliere în această reprezentare depinde de specificul problemei cu care este confruntat modelistul. A doua componentă a unui model de simulare conține o descriere a comportării actorilor în sistem. În acest context, prin comportare înțelegem calea în care oamenii răspund în anumite situații, adică modul în care aceștia iau decizii. Componenta comportamentală este introdusă în model sub forma unor *reguli de decizie* care sunt determinate prin observarea directă a procedurilor reale de luare a deciziilor. De obicei aceste reguli sunt de tipul *if...then*.

O reprezentare matematică posibilă a unui model de simulare este exprimată sub forma:

$$x' = f(x(t), y(t), p), \quad x(t_0) = x_0, \quad (3,a)$$

$$g(x(t), y(t), p) = 0, \quad (3,b)$$

$$h(x(t), y(t), p) \geq 0, \quad (3,c)$$

$$a(t) \leq x(t) \leq b(t), \quad (3,d)$$

$$c(t) \leq y(t) \leq d(t), \quad (3,e)$$

$$R(x(t), y(t), p), \quad (3,f)$$

$$p \in [p_{\text{inf}}, p_{\text{sup}}], \quad (3,g)$$

$$t \in [t_0, t_f]. \quad (3,h)$$

În acest caz vedem că un model de simulare, în esență, este o *problemă de admisibilitate*, care constă în a determina evoluția variabilelor $x(t)$ și $y(t)$, $t \in [t_0, t_f]$, pentru o anumită valoare a vectorului parametrilor p din intervalul $[p_{\text{inf}}, p_{\text{sup}}]$, în virtutea ecuației de dinamică (3,a) a variabilelor $x(t)$, a restricțiilor

(3,b)-(3,e), precum și a blocului regulilor de decizie (3,f). Simularea se face în raport cu modificarea valorilor parametrilor p , cât și a regulilor de decizie.

Date reprezentarea porțiunii de univers în care suntem interesați și regulile de decizie, atunci modelul de simulare joacă rolul decidentului, mimând decizia acestuia. În model, ca de altfel și în lumea reală, natura și calitatea informației disponibile decidentului depinde de starea sistemului. Ieșirea modelului este evoluția variabilelor $x(t)$ și $y(t)$ care sunt comparate cu valorile obținute din funcționarea reală a situației modelate.

Observăm că un model de simulare este foarte general. Acesta poate conține diverse module care precizează valorile unor variabile ce pot fi determinate, de exemplu, prin modele de optimizare etc. Alte module conțin proceduri euristice care fixează valorile unor variabile în funcție de contextul în care lucrează modelul respectiv. Modelele de simulare pot încorpora anumite feedback-uri, neliniarități, întârzieri, nefiind atât de rigid determinate în structura lor matematică ca cele de optimizare. Aceste caracteristici determină importanța și utilitatea modelelor de simulare. Totuși, acestea au anumite *limite* care în principal se referă la acuratețea regulilor de decizie în ceea ce privește modificarea variabilelor sau a parametrilor, cuantificarea anumitor variabile, precum și precizarea frontierelor modelului corespunzător porțiunii de univers descrise.

Descrierea regulilor de decizie într-un model de simulare, deseori constituie o problemă dificilă. De obicei acestea sunt descoperite în urma observării atente a comportării actorilor prezenți în porțiunea de univers pe care o modelăm. Cele mai multe reguli au un caracter empiric, fiind deduse în baza unei experiențe în ceea ce privește funcționarea sistemului analizat.

Pe lângă aceasta deseori în model apar o serie de variabile care accentuează faptul că cunoașterea noastră asupra lumii pe care o modelăm are un caracter descriptiv, mai mult calitativ, dificil de cuantificat și de cele mai multe ori fără o istorie, adică neînregistrat de-a lungul timpului. Totuși, prezența acestor variabile, cu aceste caracteristici, este crucială în modelarea sistemelor complexe. Este foarte clar că asemenea variabile pot să apară atât în modelele de optimizare cât și în cele de simulare. Totuși, prezența lor este determinantă în modelele de simulare deoarece punctul cheie al unui model de simulare este descoperirea deciziei și variabilele de care vorbeam mai sus, chiar cele intangibile cum ar fi dorințe, calitatea anumitor concepte, reputație, așteptări, optimism etc., sunt de o importanță fundamentală în luarea deciziilor. Ignorarea acestor variabile și considerarea numai a celor pentru care se poate preciza o descriere numerică clară conduce la o sărăcire a descrierii realității prin modele de simulare. Cu alte cuvinte, ignorarea lor înseamnă că acestea au valoarea zero în model – probabil una dintre cele mai proaste valori care li se pot atribui.

Desigur, toate entitățile din model, incluzând aici relațiile matematice și parametrii – chiar dacă au sau nu o cuantificare matematică clară – au un anumit grad de incertitudine. De aceea, modelistul trebuie să execute anumite studii de sensibilitate pentru a vedea cum concluziile modelului se pot modifica dacă alte presupuneri sunt considerate. Analiza sensibilității implică toate variabilele modelului, chiar și cele pentru care nu avem o cuantificare matematică clară.

Studiul sensibilității modelului la variația parametrilor sau a structurii oferă o imagine a stabilității modelului. Este posibil ca experimente computaționale cu modele de simulare executate în ipoteze alternative foarte rezonabile să conducă la concluzii foarte diferite de la cele așteptate. Este foarte clar că o asemenea situație nu este întâlnită în cadrul modelelor de optimizare. În acest caz modelul este mult mai stabil, soluția acestuia, deseori având un caracter local, depinde doar de punctul inițial și eventual de anumite toleranțe fixate în algoritmul de rezolvare a modelului.

În final, trebuie să menționăm că *definirea frontierelor modelului* constituie o altă limitare a modelelor de simulare. Aici apar o serie de chestiuni ca: care factori sunt considerați parametri, care sunt luați variabile, cum sunt legați acești factori în relații matematice, apoi relațiile matematice au un caracter de amplificare sau de diminuare a anumitor influențe în model, adică ce tipuri de feedback-uri sunt prezente în model etc. Unul dintre cele mai importante avantaje al unui model de simulare este capacitatea acestuia de a reflecta importanța relațiilor de feedback. Omiterea feedback-urilor poate fi un defect foarte serios al unui model de simulare.

3. Econometrie

La drept vorbind, econometria este o tehnică de simulare. Totuși, aceasta are o serie de caracteristici care o individualizează în raport cu modelele de optimizare și cele de simulare. În primul rând menționăm că econometria a evoluat din economie și statistică, în timp ce modelele de simulare (și cele de optimizare) provin din cercetările operaționale și inginerie. În al doilea rând, econometria este una dintre cele mai utilizate metode de modelare, mai ales în contextul economico-social. Fundamentele acestei metode au fost puse de laureații Premiului Nobel pentru economie Jan Tinbergen¹ și Lawrence Klein².

Literar, *econometria este măsurarea relațiilor economice*, implicând *analiza statistică a datelor economice*. Așa cum este înțeleasă astăzi, modelarea econometrică implică următoarele două etape: *specificarea modelului*, și *estimarea parametrilor*. La început structura sistemului sau a porțiunii de creație analizate este specificată sub forma unui sistem de ecuații. Aceste ecuații sunt precizate sub forma unor relații algebrice sau diferențiale care leagă variabilele modelului de parametrii acestuia. Valorile parametrilor (coeficienții care apar în relațiile modelului) sunt estimate pe baza datelor istorice. În final, soluția obținută prin rezolvarea modelului este utilizată pentru a face prognoze asupra funcționării și performanței sistemului.

Referindu-ne la *specificarea modelului* putem spune că aceasta constă în descrierea structurii modelului, adică a relațiilor dintre variabile. Relațiile sunt

¹**Jan Tinbergen** (1903-1994). Economist olandez, laureat al premiului Nobel în științe economice, pe anul 1969, *pentru dezvoltarea și aplicarea modelelor dinamice pentru analiza proceselor economice*.

²**Lawrence Klein** (1920-) Economist american, laureat al premiului Nobel în științe economice, pe anul 1980, *pentru crearea modelelor econometrice și aplicarea lor la analiza fluctuațiilor economice și a politicilor economice*.

exprimate ca ecuații, algebrice sau diferențiale, egalități sau inegalități, liniare sau neliniare, care leagă variabilele sistemului și parametrii asociați acestuia. Un model econometric deseori conține sute sau mii de ecuații neliniare (unele puternic neliniare) care sunt elaborate pe baza unei anumite doctrine economice (și chiar filosofice) care stă la baza elaborării lui. Ca atare, validitatea unui model econometric depinde de validitatea teoriilor economice utilizate în precizarea și utilizarea conceptelor economice. Teoriile economice precizează structura modelului, tipurile de feedback utilizate, funcții de utilitate sau de creștere etc. Deși se cunosc foarte multe teorii economice, promovate de diferite școli de gândire economică, totuși toate acestea se bazează pe un număr mic de presupuneri asupra comportării umane. În principal aceste presupuneri sunt: optimizare, informare perfectă și echilibru.

În econometrie se presupune că agenții economici se concentrează pe maximizarea profitului. Pe de altă parte, consumatorii își optimizează utilitatea resurselor lor. Deciziile privind, de exemplu, cât de mult să se producă, ce bunuri și servicii să se achiziționeze, dacă să se economisească sau să se împrumute etc. se presupune că sunt rezultatul unui proces de optimizare efectuat de fiecare decident în parte. Desigur, pentru a optimiza se presupune că agenții economici dispun de informații precise asupra contextului economic și de modele corespunzătoare. A treia presupunere este că economia întotdeauna se află într-o stare de echilibru, sau aproape de a asemenea stare. Dacă aceasta este scoasă dintr-o asemenea stare de echilibru, atunci se presupune că ea se întoarce la echilibru rapid și într-o manieră netedă și stabilă. Este interesant să menționăm faptul că în ultima jumătate a secolului al XIX-lea problema crucială a teoriilor economice consta în definirea naturii stării de echilibru a unei economii. Această problemă s-a dovedit a fi una foarte complicată fără a considera modele dinamice. Chiar după stabilirea unei expresii matematice a echilibrului, teoriile dinamice ale economiei incluzând, de exemplu, fluctuațiile inflației, șomajul, ciclul unui business, creșterea și declinul industriilor și a națiunilor etc. au rămas în principal descriptive și calitative. Mai mult, chiar în zilele noastre observăm că comportarea dinamică a unei economii este considerată ca o tranziție de la o stare de echilibru la alta, și că această tranziție se face stabil și neted.

A doua etapă în modelarea econometrică este *estimarea statistică a parametrilor modelului*. Valoarea parametrilor dă importanța unei anumite variabile în relația matematică care-l conține. Estimarea parametrilor implică utilizarea unor metode de regresie statistică care în principiu sunt tehnici de aproximare. Estimarea statistică a parametrilor caracterizează gradul de corelare dintre variabilele modelului. Aceasta utilizează datele asociate unui parametru, înregistrate de-a lungul timpului, cu scopul de a determina acea valoare a parametrului care se potrivește cel mai bine cu aceste date.

Menționăm că toate metodele de modelare, într-un fel sau altul, specifică structura modelului și estimează parametrii. Ceea ce distinge modelarea econometrică de simulare este utilizarea cu precădere a procedurilor statistice pentru estimarea parametrilor.

Principalele *limite* sau *obiecții* aduse modelelor econometrice sunt următoarele: presupunerea raționalității comportării ființei umane, disponibilitatea corectă și completă a informațiilor necesare estimăției parametrilor modelului și presupunerea echilibrului în care se află o economie sau o porțiune a ei. Mulți modelişti recunosc aceste slăbiciuni, dar în același timp accentuează importanța rezultatelor obținute prin utilizarea modelelor econometrice. Totuși, un număr din ce în ce mai mare dintre aceștia argumentează că toate aceste presupuneri în baza cărora se elaborează modele econometrice sunt false [Phelps-Brown, 1972], [Kaldor, 1972].

După cum am menționat anterior, cercetările psihologice și de comportare a organizațiilor (grupurilor) arată că oamenii nu optimizează și nici nu au capacitatea mentală de a-și optimiza deciziile, că chiar dacă au la îndemână puterea computațională necesară le lipsesc informațiile necesare pentru a optima. Ca o alternativă ei încearcă să-și satisfacă scopurile personale sau de grup utilizând proceduri standard de rutină bazate pe experiență și tradiție și ignorând cât mai multe informații pentru a reduce complexitatea problemei cu care sunt confrunțați. În discursul său de răspuns pentru premiul Nobel pe anul 1978, Herbert Simon³ concluzionează: „*nu există nici un dubiu că presupunerile asupra raționalității perfecte sunt contrare faptelor. Aceasta nu este o chestiune de aproximare, ei nu pot nici pe departe să descrie procesele pe care ființele umane le utilizează pentru luarea deciziilor în situații complexe*“.

Pe lângă acestea, menționăm că modelele econometrice conțin limitări inerente tehnicilor statistice. Procedurile de regresie utilizate pentru estimarea parametrilor conduc la estimății netendențioase numai în anumite condiții care nici odată nu pot fi verificate. De exemplu, în procedura de estimăție bazată pe cele mai mici pătrate funcționează ipoteza că variabilele sunt toate măsurate perfect, că modelul de estimat corespunde perfect lumii reale și că erorile care apar în variabile de la un moment de timp sunt independente de cele care apar la alt moment de timp.

O altă dificultate este că modelele econometrice *eșuează în a distinge între relații de corelație și cele de cauzalitate*. Am văzut că modelele de simulare trebuie să conțină relații cauzale dacă se dorește ca acestea să mimeze comportarea, mai ales în cazul noilor situații. Dar tehnicile statistice de estimare a parametrilor în modelele econometrice nu arată dacă o relație este sau nu cauzală. Ceea ce ele evidențiază este doar gradul corelației dintre variabile pe baza valorilor lor din trecut [Lucas, 1976]. Deseori se presupune că corelațiile indicate de un șir de date istorice vor rămâne valide și în viitorul apropiat. În realitate, acele date nu furnizează o încredere în afara domeniului lor de înregistrare. Ca atare, modelele econometrice deseori sunt mai puțin robuste, puse în noi condiții acestea furnizează rezultate inconsistente.

³**Herbert Simon** (1916-2001) Economist american, laureat al premiului Nobel în științe economice, pe anul 1978, *pentru cercetări de pionierat în procesul de luare a deciziilor în organizațiile economice*.

Validarea este o altă slăbiciune în domeniul modelării econometrice. Criteriul de bază utilizat pentru a determina valabilitatea unei ecuații sau a modelului este gradul în care acesta se potrivește cu datele. Cu alte cuvinte, importanța statistică a parametrilor estimați într-o ecuație este un indicator al corectitudinii acelei ecuații. Totuși, importanța statistică arată cât de bine o ecuație aproximează datele observate, ea nu indică dacă o relație este o caracterizare corectă sau adevărată a modului în care lucrează realitatea modelată. O relație importantă statistic arată că variabilele sunt puternic corelate în ecuație și că această corelație nu este rezultatul unei șanse. Dar, aceasta nu indică faptul că relația dintre variabile este cauzală. Ironia este că o relație fără importanță statistică nu conduce la concluzia că modelul sau ecuația este invalidă. Când o anumită relație este lipsită de importanță statistică, atunci modelistul poate încerca o altă specificație pentru acea ecuație, sperând într-o mai bună potrivire cu datele înregistrate.

Toate aceste limite au condus la critici foarte serioase. Probabil cea mai severă este cea formulată de Wassily Leontief⁴: „*An după an economiștii continuă să producă modele matematice și să exploreze în detaliu proprietățile lor formale, econometriștii potrivesc funcții algebrice de toate formele posibile la aceleași date fără a fi capabili de a avansa, în vreo formă perceptibilă, o înțelegere sistematică a structurii și funcționării sistemului economic real*” [Leontief, 1982]. Sigur că această critică se adresează mai mult aspectelor teoretice privind posibilitățile modelelor econometrice de a furniza predicții de acuratețe. În fond, scopul unui model econometric este de a prognoza pe termen scurt starea viitoare a economiei. Totuși, în practică modelele econometrice eșuează în realizarea acestui demers. Puterea predictivă a acestor modele, chiar pe termen scurt, este mică și cu nimic superioară altor tehnici de prognoză. Nu este surprinzător că predicția generată de modelele econometrice nu se potrivește cu intuiția modelistului. Când ieșirea generată de un model econometric nu se potrivește cu realitatea, atunci mulți modeliști (econometriști) ajustează previziunile lor în sensul adevărării la real. Eșecul modelelor econometrice de a face prognoze corecte nu a rămas fără ecou, remarcându-se o serie de opinii în acest sens. Față de modelele de simulare, sau de cele de optimizare, modelele econometrice sunt instrumente slabe de predicție.

Totuși, toate aceste aspecte de predicție ale modelelor econometrice nu trebuie considerate ca argumente de rejecție totală a acestor modele. În fond, modelistii care lucrează în modelarea globală (la nivel național sau planetar) acceptă ideea că predicția exactă și punctuală a viitorului nu este nici posibilă și nici necesară [Meadows, Richardson și Bruckmann, 1982]. Modelarea econometrică are locul ei și utilizată în contexte coresponsabile, în combinație cu modele de optimizare sau simulare constituie un instrument foarte bun de cunoaștere.

Prezentarea de mai sus a evidențiat o serie de aspecte ale modelării matematice în domeniul optimizării, simulării și econometriei insistând asupra

⁴**Wassily Leontief** (1906-1999) Economist american, născut în St. Petersburg, laureat al premiului Nobel pentru științe economice, pe anul 1973, *pentru dezvoltarea metodei input-output și pentru aplicarea ei în rezolvarea problemelor economice importante.*

definirii acestor activități, precum și asupra limitelor lor. În ciuda tuturor acestor limitări, concluzia generală este că modelarea matematică rămâne una dintre cele mai fine activități intelectuale, extrem de folositoare în efortul de ameliorare al cunoștințelor noastre asupra lumii înconjurătoare și a definirii unor strategii de evoluție a porțiunii de univers în care suntem interesați, fiind mult superioare modelelor mentale.

Funcția principală a unui model matematic este mai mult educațională și de comunicare. Nimeni nu ia (și nici nu trebuie să ia) decizii numai pe baza rezultatelor furnizate de un model matematic. Valoarea unui model matematic rezultă din diferențele care există dintre acesta și modelul mental. Modelele matematice nu sunt un substitut al gândirii critice ci un instrument avansat pentru îmbunătățirea judecății și intuiției.

Bibliografie

- Andrei, N.**, (1999a) *Programarea Matematică Avansată. Teorie, Metode Computaționale, Aplicații*. Editura Tehnică, București, 1999.
- Andrei, N.**, (2001) *Pachete de Programe, Modele și Probleme de Test pentru Programarea Matematică*. Editura MATRIXROM, București, 2001.
- Andrei, N.**, (2002) *Sisteme și pachete de programe pentru programarea matematică*. Editura Tehnică, București, 2002.
- Andrei, N.**, (2003) *Modele, Probleme de Test și Aplicații de Programare Matematică*. Editura Tehnică, București, 2003.
- Andrei, N., Borcan, Ghe.**, (1995) *ALLO: Algebraic Language for Linear Optimization*. ICI Technical Report, LSSO-2-95, September 21, 1995, pp. 1-50.
- Andrei, N., Borcan, Ghe.**, (1997) *Sistem avansat de modelare și optimizare bazat pe limbaje de modelare matematică. ALLO-limbaj algebric de optimizări liniare*. Raport Tehnic ICI-97, 1997.
- Andrei, N., Borcan, Ghe.**, (1998) *ALLO-limbaj algebric pentru optimizare liniară*. Revista Română de Informatică și Automatică, vol.8, nr. 3, 1998, pp. 55-67.
- Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A.**, (1988) *GAMS: A user's guide*. The Scientific Press, Redwood City, CA, 1988.
- Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., Raman, R., Rosenthal, R.E.**, (1998) *GAMS: A user guide*. GAMS Development Corporation, December 98, Washington, DC, USA.
- Kaldor, N.**, (1972) *The irrelevance of equilibrium economics*, The Economic Journal, vol.82, 1972, pp.1237-1255.
- Leontief, W.**, (1971) *Theoretical assumptions and nonobserved facts*. American Economic Review, 61 (1): 1-7, 1971.
- Leontief, W.**, (1982) *Academic Economics*. Science, 217, 104-107.
- Lucas, R.**, (1976) *Econometric policy evaluation: a critique*. în K. Brunner și A. Meltzer (Eds.) *The Phillips Curve and Labor Markets*. North-Holland, 1976,
- Meadows, D.H., Richardson, J., Bruckmann, G.**, (1982) *Groping in the dark*. Somerset, Wiley, 1982.
- Phelps-Brown, E.H.**, (1972) *The underdevelopment of economics*, The Economic Journal, vol.82, 1972, pp.1-10.
- Simon, H.**, (1947) *Administrative Behavior*, MacMillan, New York, 1947.

Simon, H., (1957) *Models of Man*. Wiley, New York, 1957.

Simon, H., (1979) *Rational decisionmaking in business organizations*, American Economic Review, 69: 493-513, 1979.

Mai 17, 2004