Metamorfozele ştiinţei

Neculai Andrei,
Institutul de Cercetări în Informatică,
Centrul de Modelare şi Optimizare Avansată
8-10, Bdl. Averescu, Bucureşti 1, România,
E-mail: *nandrei@ici.ro*

Rezumat. Moştenirea filosofică şi ştiinţifică de-a lungul unei perioade de peste 2000 de ani a fost sub influenţa lui Aristotel. Acesta are contribuţii importante în introducerea logicii ca instrument fundamental de raţionare şi de obţinere a concluziilor corecte, precum şi în împărţirea fenomenelor naturale în categorii în care se identifică un anumit grad de organizare sistematică. Lucrarea prezintă cele două metamorfoze a ştiinţei. Prima, remarcată în intervalul de timp de la 1570 la 1790, se referă la precizarea importanţei observaţiilor experimentale şi introducerea ecuaţiilor matematice, adică a modelării matematice. Esenţa primei metamorfoze a ştiinţei este introducerea modelelor matematice şi definirea primatului matematicii, adică eliberarea de sub primatul existenţei. A doua, mult mai recentă, după anul 1890, consemnează pierderea inocenţei deductivităţii, pierderea inocenţei determinismului, afirmarea instabilităţii modelelor matematice ale sistemelor închise, precum şi caracterul incomplet al sistemelor formale. Esenţa celei de-a doua metamorfoze a ştiinţei este digitalizarea, adică coborârea în computaţional a conceptelor matematice, altfel spus ieşirea de sub primatul matematicii şi reîntoarcerea sub primatul existenţei în sensul confruntării soluţiilor modelelor matematice cu realitatea fizică.

1. Introducere

Ştiinţa este un organism viu, cu caracter necesar, care se defineşte continuu în ea însăşi. În secţiunea anterioară am văzut modul cum au evoluat filosofia şi ştiinţa. În această secţiune vom detalia această evoluţie în sensul de a preciza schimbările care au apărut în fundamentele operaţionale şi filosofice ale ştiinţei. Precizăm că prin ştiinţă înţelegem acea activitate care încearcă înţelegerea lumii prin intermediul unor „observabile“ cuantificabile prin experimente (ideal reproductibile), care pot fi utilizate în descrieri logice formale, adică în modele matematice.

Vorbind despre metamorfozele ştiinţei trebuie să ne reamintim de *Metamorfozele* lui Publius Ovidius Naso - Ovidiu -, marele elegiac latin, poetul „*noii elocinţe*“ şi singurul care poate sta alături de Vergiliu şi Horaţiu. Capodoperă a literaturii latine, atingând dimensiunile Iliadei lui Homer, Metamorfozele lui Ovidiu, în cele XV cărţi ale ei, începând cu cea dintâi şi cea mai grandioasă metamorfoză - *creaţia lumii* -, descrie peste 240 de preschimbări de oameni în alte făpturi, în plante, flori, arbori, constelații etc. Metamorfozele este singura operă a Antichității care cuprinde într-o manieră unitară transformarea Naturii făcând apel la mituri şi legende. Târziu, mult mai târziu, s-a conştientizat noțiunea de metamorfoză în descrierea ştiințifică a Naturii.

Ovidiu (34 îChr. -17 A.D.)

Atât de mult s-a transformat ştiința încât astăzi nu mai facem considerații, nu mai vorbim, despre Natură „în sine", ci despre reprezentarea matematică a acesteia. Moştenirea ştiințifică de-a lungul unei perioade de 2000 de ani a fost sub influența lui Aristotel. Printre cele mai importante contribuții ale sale menționăm introducerea logicii ca instrument de raționare şi de obținere a concluziilor corecte, precum şi împărțirea fenomenelor naturale în categorii în care se identifică un anumit grad de organizare sistematică. Această diviziune a studiului fenomenelor naturale în categorii a determinat o ieşire din perspectiva holistică, permițând astfel o înțelegere mult mai profundă a Naturii.

În acelaşi timp aceasta a permis introducerea şi utilizarea conceptelor reducționiste care au avut un impact filosofic important asupra ştiinței.

2. Prima metamorfoză a ştiinței

Aproximativ, în intervalul de timp de la 1570 la 1790 un număr de oameni de ştiință veritabili au reuşit să transforme moştenirea lui Aristotel în ceea ce se recunoaşte astăzi a fi „*metoda ştiințifică standard*". Întru-cât, atât înainte cât şi după această perioadă conceptul de ştiință s-a schimbat fundamental, cred că ne putem referi la această schimbare ca *prima metamorfoză a ştiinței*. În principal, aceasta se datorează lui T. Brahe, J. Kepler, G. Galileo, I. Newton, G.W. Leibniz, L. Euler şi J.L. Lagrange. Contribuția acestor personalități ştiințifice a fost stabilirea a două proceduri operaționale care au format fundamentul ştiințelor naturale moderne pentru mai bine de 100 de ani şi care reprezintă esența primei metamorfoze a ştiinței.

Prima procedură operațională, afirmată de Brahe, Kepler şi Galileo, arată importanța *observațiilor experimentale,* care ilustrează comportarea reală a naturii, aşa cum se dezvăluie ea, şi nu ceea ce credem noi sau ne-ar plăcea nouă cum să fie această comportare. Un experiment fizic utilizează anumite instrumente foarte subiectiv selectate cu care se măsoară anumite „observabile" între care se întrevăd anumite corelații. Aceste măsurători conduc la un set finit de date luate într-un interval de timp finit. Condiția esențială este ca experimentele să fie reproductibile (cu o acuratețǎ dată) şi comparabile, în situații similare, cu cele făcute de alți experimentatori.

A doua procedură operațională a ştiinței a fost *introducerea ecuațiilor matematice* care descriu dinamica sistemelor mecanice. Newton a fost primul care a conştientizat generalitatea unei astfel de descrieri când a formulat conceptul de atracţie gravitaţională universală, scufundând astfel mişcarea corpurilor cereşti şi a corpurilor terestre în acelaşi cadru formal. La început modelarea matematică implica legarea unor măsurători fizice spaţio-temporale în ecuaţii sau construcţii matematice simple. Limbajul matematic al lui Galileo şi chiar al lui Newton era unul geometric şi algebric, aşa cum era matematica în timpul lor. Analiza lui Newton avea un caracter geometric, dar conţinea, într-o manieră verbală, concepte limită care mai târziu s-au formalizat în ecuaţii diferenţiale care au devenit forma standard cu care operează ştiinţa. Acest proces de clarificare şi formalizare, care a durat cam 60 de ani de la publicarea „*Principiei*" lui Newton în 1687, a culminat cu „*Mecanica*" lui Euler din 1750 şi „*Mecanica Analitică*" a lui Lagrange din 1788 (vezi Plăcinţeanu, [1958]). Introducerea ecuaţiilor diferenţiale, cu alte cuvinte *modelarea matematică*, a avut consecinţe extraordinare în dezvoltarea ştiinţei. Aceasta a permis introducerea unor concepte metafizice, unele bazate pe puterea deductivităţii în cadrul sistemelor formale, altele mult mai subtile bazate pe natura continuă a modelelor matematice. Înainte de a discuta conceptele filosofice şi tehnice care rezultă din modelele matematice, trebuie să menţionăm faptul că, aşa cum a fost definită de Leibniz, *matematica este o ştiinţă a infinitului*. Încă din timpul lui Cantor, prin 1870, matematica s-a definit în acest mod. În timp ce Aristotel, Galileo, Leibniz şi Gauss recunoşteau posibilitatea extinderii indefinite a anumitor mulţimi (mulţimi potenţial infinite), Cantor a introdus conceptul de mulţime ca infinită în ea însăşi (viziune admisă de Russell şi Hilbert, dar rejectată de Poincaré). Remarcăm imediat că de orice tip ar fi mulţimile, potenţial sau în mod real infinite, astfel de mulţimi sunt distincte de mulţimile esenţialmente finite utilizate în cadrul experimentelor fizice. Mijlocul prin care mulţimi finite de date experimentale sunt transformate în modele matematice scufundate în lumea formală a ecuaţiilor matematice continue este foarte misterios şi se numeşte „*inducţie ştiinţifică*". Menţionăm că „*inducţia logică*" înseamnă obţinerea de concluzii asupra tuturor membrilor unei clase din examinarea numai a câtorva membrii ai acelei clase. Deoarece nu există nici o garanţie că observaţiile fizice constituie „câţiva membri" ai unei clase de soluţii a unor ecuaţii diferenţiale, rezultă că inducţia ştiinţifică implică o extrapolare foarte importantă. Atitudinea filosofică faţă de acest mod de abordare constă în acceptarea ideii conform căreia observaţiile fizice sunt într-adevăr exemple speciale de soluţii ale unor ecuaţii diferenţiale. Totuşi, trebuie să menţionăm că fiecărei observaţii fizice, definită în corpul numerelor reale, îi corespunde un continuum de stări matematice, şi deci un continuum de soluţii ale unui sistem de ecuaţii diferenţiale. Ca atare, starea fizică nu este un exemplu special a unei soluţii matematice, ci mai degrabă o reprezentare a unui număr infinit de soluţii matematice. O altă cale prin care infinitul a pătruns în modul nostru de gândire a fost fără îndoială conştientizarea conţinutului infinit al variabilei matematice timp. În cadrul experimentelor fizice nu există nici o raţiune de a introduce concepte care se bazează pe conţinutul infinit al timpului. Este foarte simplu să extindem limita timpului, dar fizic aceasta este nerelevantă. Mai important este faptul că acest concept induce iluzia caracterului fizic-predictibil la infinit al modelelor matematice.

Rezultatul acestei prime metamorfoze a ştiinţei a fost stabilirea unei metode standard de investigaţie ştiinţifică bazată de observaţii experimentale şi postularea şi exprimarea unor generalizări ale acestora, printr-un proces inductiv, în forma ecuaţiilor diferenţiale. Avantajul utilizării ecuaţiilor matematice este posibilitatea aplicării regulilor logice ale lui Aristotel, care permit oamenilor de ştiinţă să facă inferenţe (deducţii) logice din condiţii iniţiale (premise) date. Astfel, presupunând că aceste deducţii logice se pot face, şi că se dispune de un „dicţionar" care asociază informaţiile fizice cu cele matematice, atunci este posibil ca pe baza modelelor matematice să se facă multe predicţii ale unor evenimente care anterior nu erau observate. Acestea, la rândul lor pot fi testate experimental, conducând astfel, pe baza unor noi procese inductive, la o rafinare a modelelor matematice etc. Se instituie astfel un *ciclu metodologic* (un proces iterativ) numit *metoda ştiinţifică*, care este acceptată astăzi de majoritatea oamenilor de ştiinţă.

Apare o întrebare: *care este moştenirea filosofică şi teoretică a primei metamorfoze a ştiinţei ?* Referindu-ne la *moştenirea filosofică*, remarcăm faptul că, cu excepţii notabile (Popper, Kuhn), filosofii ştiinţei nu sunt citiţi sau citaţi de oamenii de ştiinţă. Filosofia ştiinţei este făcută de oamenii de ştiinţă înşişi. Succesele metodei ştiinţifice, aşa limitate cum sunt, au generat o serie de credinţe despre cum evoluează universul. Mai mult, aceasta a permis consolidarea, la nivelul unei axiome, a credinţei referitoare la abilitatea noastră de a înţelege orice din univers. Ideile filosofice, care sunt o moştenire directă a primei metamorfoze a ştiinţei, se pot sintetiza în modul următor:

- ♦ *Universul este guvernat de anumite „legi fundamentale", care se prezintă ca o mulţime de axiome supusă unor reguli logice.*
- ♦ *Aceste legi fundamentale se pot determina printr-un proces de reducţie care implică perechi de interacţiuni.*
- ♦ *Procesul de sinteză prin care aceste legi pot fi utilizate pentru a predicţiona starea macroscopică a universului este cunoscut.*
- ♦ *Odată ce aceste legi sunt obţinute, în principiu, este posibil să deducem toate fenomenele macroscopice.*
- ♦ *Stările fizice ale Naturii se află într-o corespondenţă bijectivă cu stările matematice ale ecuaţiilor diferenţiale care descriu acea porţiune a Naturii.*
- ♦ *Se pot obţine informaţii asupra unei stări fizice a unui sistem, (adică toate variabilele asociate modelului sistemului fizic considerat se pot calcula) cu orice acurateţă.*
- ♦ *(Concluzie) Determinismul matematic este acelaşi cu determinismul fizic.*

Totuşi, trebuie să accentuăm că o examinare profundă a rezultatelor primei metamorfoze a ştiinţei, pe care se bazează ideile de mai sus, arată că succesele acestei metamorfoze se datorează faptului că fenomenele fizice sunt modelate prin ecuaţii foarte simple. Când au apărut opinii cu privire la relaţiile fundamentale dintre experimentele fizice şi modelele matematice, acel fenomen misterios de trecere de la experiment la teorie, atunci s-au ivit confuzii şi divergenţe. De fapt eşecul prea marii încrederi în posibilitatea captării tuturor adevărurilor despre natură în sisteme matematice de o anumită factură (nu neapărat sisteme de ecuaţii diferenţiale) a constituit apariţia cele-i de-a doua metamorfoze a ştiinţei.

Moştenirea teoretică a primei metamorfoze este mult mai valoroasă şi după cum vedem, noi astăzi, consumăm în viaţa de zi cu zi această moştenire. Înainte de a menţiona câteva dintre cele mai importante moşteniri trebuie să remarcăm caracterul foarte eterogen al legilor, teoriilor, principiilor şi explicaţiilor aproximative care s-au elaborat de-a lungul ultimilor trei secole. Într-adevăr vedem că fiecare domeniu de activitate se dezvoltă independent şi este caracterizat de principiile, legile, teoriile şi explicaţiile aproximative proprii lui. Explicarea legilor lui Kepler prin teoria gravitaţiei universale a lui Newton reprezintă una dintre puţinele, şi deci un exemplu excepţional, al procesului de unificare a teoriilor fundamentale ale Naturii. A doua metamorfoză a ştiinţei este în legătură directă cu această schimbare a caracterului şi obiectivelor ştiinţei.

Fără a intra în detalii aici, menţionăm că moştenirea teoretică a primei metamorfoze a ştiinţei se realizează în:

- ♦ *Teoria gravitaţiei universale a lui Newton.*
- ♦ *Legile termodinamicii. Ireversibilitatea.*
- ♦ *Teoria cinetică a gazelor a lui Boltzmann.*
- ♦ *Teoria macroscopică a câmpului electromagnetic a lui Maxwell.*
- ♦ *Teoria echilibrului mecanicii statistice a lui Boltzmann-Gibbs.*
- ♦ *Teoria hidrodinamicii a lui Euler, Navier şi Stokes.*
- ♦ *Teoria elasticităţii.*
- ♦ *Teoria mişcării Browniene a lui Einstein.*
- ♦ *Teoria relativităţii speciale şi generale a lui Einstein.*
- ♦ *Teoria ondulatorie a mecanicii cuantice a lui Schrödinger.*
- ♦ *Principiul de excluziune al lui Pauli.*
- ♦ *Principiul de incertitudine al lui Heisenberg.*
- ♦ *Teoriile electrodinamicii cuantice.*
- ♦ *Teoria superconductivităţii a lui Bardeen-Cooper-Schrieffer.*
- ♦ *Teoriile echilibrului economic.*
- ♦ *Legile ecologiei.*

Opinia generală este că toate acestea reprezintă aproximări ale înţelegerii pe care o avem despre Natură. Unele teorii reprezintă aproximaţii ale unora mai generale, în sensul incluziunii. Altele sunt aplicaţii directe ale altor teorii etc. Toate aceste aproximări implică introducerea unor concepte logic independente, concepte care nu sunt deduse din teorii şi care atât logic cât şi empiric sunt disjuncte. Mai mult, aceste concepte sunt proprii domeniului respectiv.

Principiile, legile, teoriile şi explicaţiile aproximative, proprii domeniilor menţionate mai sus, reprezintă cea mai bună înţelegere pe care o avem asupra fenomenelor naturale. Ele sunt „*ferestre*“ către Natură, care formează fundamentul ştiinţei. Provocarea constă în găsirea unor noi structuri conceptuale care să unifice aceste ferestre.

3. A doua metamorfoză a ştiinţei

Aceasta a început în preajma anului 1890 când s-au descoperit anumite *limite fundamentale privind abilitatea noastră de a utiliza deducţia în cadrul ciclului metodologic care defineşte metoda ştiinţifică*, în special în rezolvarea analitică a problemei celor trei corpuri şi soluţia dată de Bruns în 1887, precum şi teorema lui Poincaré din 1890 (vezi Diacu [2002]). Aceasta a fost urmată de un alt rezultat matematic, din 1913 al lui Birkhoff [1913, 1927, 1931] asupra teoremei lui Poincaré, care arată că *dicţionarul care asociază informaţiile fizice cu cele matematice şi care permite obţinerea de predicţii fizice, în cele mai multe cazuri nu se poate construi, decât numai în cazul utilizării unui înţeles mult mai limitat al noţiunii de predicţie*. Mai mult, alte descoperiri matematice, făcute între alţii de Andronov [1929] şi Pontriagin [1962] şi apoi de Zeeman [1988, 1989], înregistrate de-a lungul timpului începând cu 1935 şi până prin 1988, au arătat *că partea inductivă a ciclului metodologic este mult mai fragilă decât se spera, idealizarea că sistemele se pot trata ca făpturi izolate din univers, aşa de frecvent utilizată în teorii, nu se poate utiliza pentru a stabili proprietăţi de stabilitate structurală* ale acestor teorii. În final, în 1931, Kurt Gödel a făcut o descoperire uimitoare: *utilizând principiile logice generale nici consistenţa, nici completitudinea, oricărui sistem matematic suficient de general, nu se poate demonstra în acel sistem.* Deoarece toate aceste descoperiri se refereau la ceea ce oamenii de ştiinţă credeau şi considerau a fi baza lor, fundamentul lor - *matematica* -, rezultă că aceste descoperiri au avut un impact profund asupra fundamentelor filosofice privind posibilitatea predicţiei în Natură. Aceste descoperiri se instituie ca o pierdere a inocenţei oamenilor de ştiinţă. A doua metamorfoză a ştiinţei consemnează tocmai acest lucru: *pierderea inocenţei deductivităţii*; *pierderea inocenţei determinismului*; *instabilitatea modelelor matematice a sistemelor închise*; precum şi *caracterul incomplet al sistemelor formale*. Accentuăm că această *pierdere a inocenţei* şi *digitalizarea* reprezintă esenţa cele-i de-a doua metamorfoze a ştiinţei [Jackson, 1994].

3.1. Pierderea inocenţei deductivităţii

Problema Newtoniană a celor $n-$ corpuri este o generalizare a sistemului solar, fiind studiată încă din timpul lui Newton. Considerăm în spaţiul R^3 un număr de n corpuri de mase $m_i > 0, \quad i = 1,\cdots,n,$ care se atrag fiecare cu o forţă direct proporţională cu produsul maselor lor şi invers proporţională cu pătratul distanţei dintre ele. Ecuaţiile de mişcare ale acestui sistem de corpuri (puncte materiale) se exprimă ca un sistem de $6n-$ ecuaţii diferenţiale:

$$\dot{q} = M^{-1} p,$$
$$\dot{p} = g\nabla U(q),$$

unde $q = (q_1,\dots,q_n)$ este *configuraţia sistemului* de puncte în care $q_i = (q_i^1, q_i^2, q_i^3)$ sunt *coordonatele* punctului de masă m_i, $p = M\dot{q}$ este *momentul*, M este o matrice diagonală $3n \times 3n-$ dimensională cu elementele $m_1, m_1, m_1, \dots, m_n, m_n, m_n$ şi zero în rest, g este *constanta gravitaţională*, iar

$$U(q) = \sum_{1 \le i < j \le n} \frac{m_i m_j}{\left| q_i - q_j \right|}$$

este *funcţia potenţial*, $-U(q)$ fiind *energia potenţială* [Diacu, 1996,2002]. Rezultatele standard din teoria ecuaţiilor diferenţiale ne asigură existenţa şi unicitatea unei soluţii analitice a sistemului de ecuaţii de mai sus, pentru orice valori iniţiale care nu aparţin *mulţimii de coliziune*

$$\Delta = \bigcup_{1 \le i < j \le n} \Delta_{ij}, \text{ unde } \Delta_{ij} = \left\{ q \in R^{3n} : q_i = q_j \right\}.$$

Această problemă a fost formulată de Newton în *Principia*, dar Euler [1767] a fost cel care a scris ecuaţiile în forma de mai sus. Problema celor două corpuri ($n = 2$) a fost analizată de Kepler în 1609 şi rezolvată de Newton în 1687. Mişcarea relativă a unui corp în raport cu altul este planară şi în funcţie de condiţiile iniţiale aceasta poate fi un cerc, o elipsă, o parabolă, o ramură a unei hiperbole sau o linie, caz în care pot apare ciocniri ale corpurilor, ciocniri care au avut loc în trecut sau vor avea loc în viitor. Cele trei legi ale lui Kepler se pot imediat obţine din sistemul de ecuaţii diferenţiale de mai sus. Problema celor trei corpuri ($n = 3$) a constituit preocuparea principală de pe la mijlocul anilor 1700 până către 1900. Chestiunea era că această problemă, care constă în calculul interacţiunilor dintre trei mase plasate în câmp gravitaţional, a sfidat toate încercările de soluţionare analitică. Prima încercare de a înţelege problema celor trei corpuri a fost de natură cantitativă, în sensul găsirii explicite a soluţiilor acesteia. În 1767 Euler a găsit orbitele periodice coliniare. Mai târziu în 1772 Lagrange [1873] a găsit anumite soluţii periodice care zac în vârfurile unui triunghi echilateral care periodic se dilată sau se contractă. O altă abordare a acestei probleme a fost aceea de a reduce dimensiunea sistemului prin intermediul integralelor prime. Într-adevăr, ecuaţiile de mişcare ale acestui sistem de trei corpuri conţin 18 variabile care sunt poziţiile şi vitezele corpurilor. Ca atare, aceste ecuaţii admit 18 constante ale mişcării, adică 18 funcţii care depind de poziţie şi de viteză, care nu se schimbă în timp. În 1887 Heinrich Bruns a demonstrat că în problema celor trei corpuri 10 integrale clasice (trei date de poziţia centrului de masă, trei pentru viteza centrului de masă, trei pentru momentul unghiular şi una pentru energie) sunt singurele integrale exprimabile ca funcţii algebrice. Ţinând seama de simetrie, aceste integrale permit deci reducerea sistemului celor trei corpuri de la dimensiunea 18 la 7. Bruns a arătat că nu există mai multe integrale liniar independente exprimabile ca funcţii algebrice de q, p şi t, arătând astfel limitele metodelor cantitative şi deci ale deductivităţii.

Jules Henri Poincaré (1854-1912)

Acest rezultat l-a condus pe Poincaré să încerce o abordare calitativă. În 1883 acesta a publicat o scurtă notă dedicată acestei probleme „*On some particular solutions of the Three-Body Problem*". Aici el aplică o generalizare, datorată lui Kronecker, a teoremei de medie pentru a demonstra existenţa a trei tipuri de soluţii periodice relative. Mai târziu toate aceste rezultate vor fi introduse în lucrarea sa „*New Methods of Celestial Mechanics*" publicată în trei volume în 1892, 1893 şi respectiv 1899.

În această lucrare excepţională Poincaré dezvoltă memoriul „*On the Three-Body Problem and the equations of Dynamics*" care a fost premiat de regele Oscar al Suediei în 1889. În această lucrare Poincaré a pus bazele mai multor ramuri ale matematicii: teoria sistemelor dinamice, teoria haosului, topologia algebrică etc. Poincaré a încercat să înţeleagă geometria spaţiului stărilor şi comportarea relativă a orbitelor şi să răspundă la chestiunea stabilităţii, mişcarea asimptotică la infinit, existenţa orbitelor periodice, soluţii singulare etc. arătând că pentru această problemă *nu se cunosc integrale exprimabile prin funcţii analitice.* Rezultatul lui Poincaré zice că pentru orice sistem Hamiltonian care exprimat în variabilele acţiune-unghi (j,ω) este o funcţie analitică de un parametru de perturbare ε,

$$H(j,\omega,\varepsilon) = H_0(j) + \varepsilon H(j,\omega)$$

unde $H(j,\omega)$ sunt funcţii periodice în ω_i, $i = 1,\ldots,n$, şi Hessianul $\partial^2 H_0 / \partial j_i \partial j_k$ nu se anulează identic, *nu există* integrale analitice ale mişcării (exprimabile ca serii de puteri) în ε şi periodice în toţi ω, altele decât Hamiltonianul sistemului. Rezultatul lui Poincaré este foarte important şi merge dincolo de problema celor trei corpuri ţintind chiar la fundamentul singurei metode sistematice cunoscute de matematicieni pentru rezolvarea unor astfel de probleme, metodă utilizată de Poincaré, anume *metoda perturbaţiilor*.

În studiul traiectoriilor posibile pentru această problemă Poincaré a descoperit dependenţa senzitivă a traiectoriei de condiţiile iniţiale, în sensul că diferite condiţii iniţiale conduc la traiectorii simple sau deosebit de complexe.

Pentru această problemă s-au obţinut soluţii aproximative, în particular pentru sistemul de trei corpuri format din Terra-Luna-Soare, în care calculele au fost făcute utilizând serii cu mii de termeni. In 1912 Karl Sundman a găsit o serie infinită care în principiu ar putea fi sumată pentru a obţine o soluţie a problemei, dar convergenţa acestei serii este extrem de lentă. Ca atare, s-a concluzionat că problema celor trei corpuri nu se poate rezolva în termenii unor integrale algebrice sau analitice. Acesta a fost un rezultat negativ foarte important care arată limitele *procedurilor deductive* [Jackson, 1994].

3.2. Pierderea inocenţei determinismului

În esenţa lucrurilor există o mare deosebire între abordarea inginerească şi cea matematică a unei probleme. Pentru orice inginer este un truism faptul că starea oricărui sistem nu se poate determina decât cu o anumită acurateţe finită, şi că sub nici o formă nu se poate admite că această acurateţe poate fi oricât de mare. Acest punct de vedere, de altminteri foarte realist, nu este acceptat imediat de matematicieni care de obicei ignoră complexitatea spaţiului inginerесс. Trăind sub primatul matematicii, deseori aceştia au o abordare inocentă (ca să nu spunem naivă sau credulă) în ceea ce priveşte puterea noastră de a asocia valori parametrilor şi condiţii iniţiale sistemelor fizice. Mai mult, de obicei nu se conştientizează că această pierdere de acurateţe are un impact profund asupra predicţiilor pe care dorim să le facem în viitor. Totuşi trebuie să notăm că această pierdere a determinismului nu se aplică în egală măsură tuturor sistemelor. Acest fapt explică de ce metodele inginereşti lucrează foarte bine în practică şi de ce predicţiile pe care le facem pe baza modelelor matematice (inginereşti) dau rezultate foarte bune. Totuşi de îndată ce căutăm explicaţii (în sensul predictiv) ale comportării sistemelor dinamice, vedem că această pierdere a determinismului are o importanţă foarte mare atât în practică cât mai ales în ceea ce priveşte înţelegerea filosofică a Naturii.

Pierderea inocenţei determinismului rezultă tot din studiile lui Poincaré şi ale lui Birkhoff [1913] asupra problemei restrânse a celor trei corpuri. Teorema demonstrată de Birkhoff, şi care a arătat viziunea lui Poincaré asupra sistemelor dinamice, zice că în orice sistem Hamiltonian neintegrabil *orice* vecinătate a unei orbite periodice de tip eliptic conţine o infinitate de orbite periodice de tip atât eliptic cât şi hiperbolic şi cel mult o mulţime finită de astfel de orbite au perioada mai mică decât o constantă dată. Deşi acest rezultat al lui Poincaré şi Birkhoff nu a provocat o mişcare deosebită în lumea ştiinţifică, totuşi Borel [1914] a luat foarte în serios această problemă atrăgând atenţia asupra naturii determinismului când este aplicat la un sistem de mai multe corpuri. De exemplu, el a calculat că o eroare de $10^{(-100)}$ în condiţiile iniţiale ale unei molecule dintr-un gaz face imposibilă predicţionarea ciocnirilor moleculare pentru mai mult decât o fracţiune de secundă. Astfel, în mod real determinismul unui sistem de corpuri este imposibil pentru perioade de timp mai mari decât o fracţiune de secundă. Este important de notat că această incertitudine Poincaré-Borel, această pierdere a determinismului altfel spus, precede cu mulţi ani principiul de incertitudine al lui Heisenberg şi este mult mai relevant în ceea ce priveşte limitele posibilităţilor noastre de predicţie pe care le avem la nivel macroscopic [Jackson, 1994].

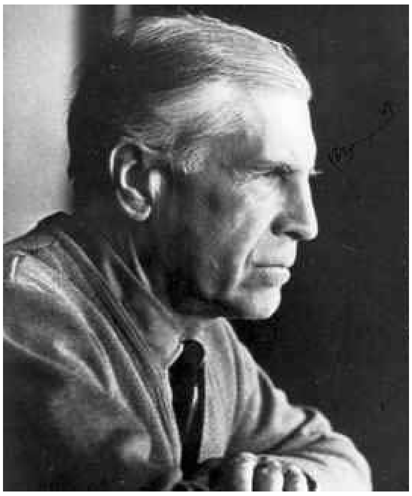
Incertitudinea precizată de Poincaré şi Borel se datorează imposibilităţii de a asigna valori numerice exacte variabilelor care exprimă dinamica sistemelor în modele matematice pe de-o parte, şi faptului că în realitate sistemele nu sunt izolate, pe de altă parte. Dar, ceea ce trebuie accentuat aici este faptul că incertitudinea în modelele matematice diferenţiale este mult mai mare decât micile imprecizii în asignarea valorilor iniţiale pentru variabilele care exprimă dinamica sistemului. Şi aceasta se datorează faptului că nu toate variabilele pot fi observate simultan, multe dintre acestea aflându-se în „umbra informaţională" a altora. De exemplu, pentru problema celor $n-$ corpuri multe dintre acestea se află în „umbra” altora, astfel neputându-li-se asigna valori numerice iniţiale.

3.3. Pierderea inocenţei izolării sistemelor. Instabilitatea structurală a sistemelor dinamice

Modelele matematice ale proceselor dinamice, exprimate ca sisteme de ecuaţii diferenţiale, conţin o multitudine de parametri care leagă variabilele şi derivatele lor. Anumiţi parametri au valori bine precizate (deseori cu valoarea 1). Dar, în general modelele matematice conţin parametri a căror valoare nu se poate preciza cu exactitate, sau în cele mai bune situaţii se cunoaşte că aceştia aparţin unor intervale de variaţie cunoscute. În multe situaţii este rezonabil să presupunem că valoarea exactă a acestor parametri nu are o importanţă prea mare în determinarea caracterului general a dinamicii sistemului. Cu alte cuvinte, în modelele matematice „reale” de tipul

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \text{ unde } x(t) \in R^n,$$

dorim ca dinamica sistemului să fie *stabilă la micile schimbări* ale funcţiei $f(x)$.



Lev Pontriagin (1908-1988)

Prima încercare de a preciza această idee de stabilitate la micile schimbări ale funcţiei $f(x)$ a fost dată de Andronov şi Pontriagin în 1935. Ei au introdus conceptul de *stabilitate structurală* a unui câmp de vectori definit de $f(x)$ în următoarea formă. Sistemul de ecuaţii diferenţiale $dx/dt = f(x)$ este *structural stabil* dacă pentru o schimbare suficient de mică $df(x)$ a funcţiei $f(x)$ (de exemplu, $df(x)$ este diferenţiabilă şi pentru orice x, $|df(x)|$ este mărginit de o constantă) atunci portretul de fază a sistemului original $dx/dt = f(x)$ este topologic echivalent cu portretul de fază a sistemului perturbat $dx/dt = f(x) + df(x)$.

Cu alte cuvinte, dacă câmpul vectorial definit de $f(x)$ se poate deforma neted în câmpul vectorial definit de $f(x) + df(x)$, atunci sistemul $dx/dt = f(x)$ este structural stabil [Arnold, 1978].

Se cunosc mai multe metode pentru operaţionalizarea acestui concept. Una dintre acestea restrânge câmpurile vectoriale la forma $f(x) = -dV(x)/dx$, care derivă dintr-o funcţie potenţial $V(x)$. Studiul acestor sisteme, iniţiat de René Thom a condus la teoria catastrofelor [Casti, 1992].

În 1937 Andronov şi Pontriagin au sugerat că *toate modelele matematice care au o semnificație fizică, exprimate ca sisteme de ecuații diferențiale, se bucură de proprietatea de stabilitate structurală, adică soluția lor nu diferă semnificativ de soluția altui sistem „apropiat" de sistemul original.* Importanța acestei proprietăți constă în faptul că modelele matematice ale sistemelor fizice reale conțin o multitudine de parametri care sunt cunoscuți numai aproximativ, dar ideea este că mici schimbări ale valorilor acestora nu modifică în mod determinant caracterul soluțiilor. Aceasta ilustra oarecum caracterul de robustețe a modelelor sistemelor fizice. Totuşi, în timp s-a dovedit că cele mai multe modele matematice cu mai mult de două variabile sunt foarte sensibile la astfel de modificări ale parametrilor. Aceasta l-a determinat pe Zeeman [1988] să sugereze că conceptul de stabilitate trebuie să se bazeze pe comportarea sistemelor supuse perturbațiilor stocastice. Ca atare, în această accepțiune, rezultă că sistemele fizice reale *nu sunt izolate*, aşa cum s-a presupus când s-a construit modelul lor, ci acestea operează sub influența perturbațiilor. Aceasta a condus la studiul distribuțiilor soluțiilor generate de diferite câmpuri de perturbații stocastice şi compararea acestor distribuții pentru modele matematice „apropiate", adică modele care se află în aceeaşi clasă dar, „uşor" perturbate ca valori numerice ale parametrilor. Dacă aceste distribuții sunt echivalente, atunci sistemele corespunzătoare sunt $\varepsilon -$stabile. În acest caz teoremele privind $\varepsilon -$stabilitatea sunt uşor de demonstrat şi pentru cele mai multe modele matematice cu semnificație fizică se poate demonstra $\varepsilon -$stabilitatea. Concluzia este că procesul inductiv, utilizat cu precădere pentru construcția modelelor matematice ale sistemelor izolate, trebuie reinterpretat într-un context mai realist pentru a obține modele matematice rezonabile din punctul de vedere al stabilității, inclusiv a celei structurale [Jackson, 1994].

3.4. Pierderea inocenței completitudinii sistemelor formale

Pe la începutul secolului trecut o preocupare majoră a matematicienilor a fost aceea de formalizare a matematicii. Această idee de a defini matematica sub forma unei tehnici de generare a unor combinații de simboluri conform unor reguli arbitrare a fost susținută de Giuseppe Peano, considerat ca fondatorul simbolismului modern, şi David Hilbert, considerat ca fondatorul formalismului în matematică. Ideea lui Peano consolidată de Hilbert era ca plecând de la nişte axiome sau postulate, utilizând deducția lui Aristotel să se obțină toate teoremele şi rezultatele matematicii. Axiomatizarea propusă de Peano şi Hilbert a reprezentat un moment important în dezvoltarea matematicii şi a ştiinței în general, dar surpriza a fost că tot acest efort intelectual de mare altitudine s-a finalizat cu un eşec.

Zicem că o teorie axiomatizată este *consistentă* dacă este imposibil să demonstrăm simultan o afirmație şi negația ei. În acest context, o teorie axiomatizată este *completă* dacă orice afirmație corect formulată sintactic în acea teorie se poate demonstra că este fie adevărată fie falsă. Aceste noțiuni cuplate cu concepția că sistemul de axiome care defineşte teoria trebuie să fie *complet, minimal* şi *necontradictoriu* în care *cuvintele sunt rectificate,* definesc conținutul teoriilor ştiințifice axiomatizate. Utilizând această idee matematicienii au ajuns la credinţa (unii fiind chiar convinşi de această posibilitate) că pot cuprinde toate adevărurile Naturii într-un sistem matematic de un anumit tip, nu numai decât exprimat prin intermediul sistemelor de ecuaţii diferenţiale.

Totuşi, în 1931 Kurt Gödel a publicat o lucrare excepţională „*On formally undecidable propositions of principia mathematica and related systems*" în care a demonstrat că:

Kurt Gödel (1906-1978)

Dacă un sistem matematic (formalizat) este suficient de general pentru a include aritmetica numerelor întregi şi dacă se utilizează principiile logicii lui Aristotel, atunci (a) nu există nici o demonstraţie în acel sistem a cărui rezultat să fie întotdeauna consistent – altfel spus, nu se poate demonstra că sistemul nu poate conduce la un rezultat A şi de asemenea la non-A; şi (b) dacă sistemul matematic respectiv este consistent, atunci el este incomplet – ceea ce înseamnă că se pot construi afirmaţii S, corect formulate în cadrul sistemului, astfel încât nici S nici non-S nu este demonstrabilă în acel sistem.

Deoarece fie S, fie non-S trebuie să fie adevărate, rezultă că în cadrul sistemului există afirmaţii adevărate care nu pot fi demonstrate. Altfel spus, *dacă sistemul este consistent, atunci există afirmaţii adevărate nedecidabile* – în sensul că *afirmaţia respectivă nu este nici demonstrabilă şi nici nedemonstrabilă* în sistemul matematic în care a fost formulată, adică conform regulilor acelui sistem.

Acest rezultat a pus oamenii de ştiinţă într-o derută cognitivă majoră ruinând speranţa lor în ceea ce priveşte posibilitatea predicţiei în Natură utilizând concepte matematice. Totodată acest rezultat a pus punct efortului matematicienilor de formalizare a matematicii, în sensul fundamentării matematicilor numai cu ajutorul teoriei demonstraţiei.

Este remarcabil faptul că la baza ştiinţei moderne se află logica care în esenţa ei fundamentează regulile raţionamentului. Aristotel a fost primul care a precizat aceste reguli în Organon sub forma principiului identităţii, principiului contradicţiei şi principiul terţului exclus (vezi Anton Dumitriu, 1993-1998). Mai târziu logica a fost pusă în context simbolic şi apoi algebric de către Boole şi generalizată de De Morgan. Gottlob Frege a fundamentat logicismul afirmând că întreaga matematică se reduce la un set de relaţii derivate una după alta numai prin mijloace logice. Bertrand Russell şi Alfred Whitehead a utilizat metoda simbolică, stabilită de Peano, în încercarea lor de a axiomatiza toată matematica. Totuşi regulile logicii aşa cum au fost stabilite de Aristotel au pierdut din importanţă, mai ales datorită rezultatelor lui Cantor şi Gödel. Sursa acestor dificultăţi (contradicţii, paradoxuri sau antinomii) a fost introducerea de către Cantor a conceptului de mulțime infinită. Regula terțului exclus (*o propoziție trebuie să fie ori adevărată ori falsă*), care de la începuturi a fost formulată în contextul mulțimilor finite, în general nu mai este acceptată când este aplicată la mulțimi infinite (vezi de exemplu Luitzen Brouwer sau alți intuiționişti). Teorema de incompletitudine a lui Gödel zice că dacă o teorie este consistentă şi suficient de generală pentru a include teoria numerelor întregi, atunci aceasta trebuie să fie incompletă. Aceasta înseamnă că trebuie să existe anumite afirmații în acea teorie a căror adevăr sau falsitate nu se poate demonstra. Un astfel de rezultat se poate privi ca un argument pentru eliminarea regulii terțului exclus din sistemul de reguli ale raționamentului. Totuşi trebuie să accentuăm faptul că regula terțului exclus întotdeauna este aplicată în ştiință, şi aceasta datorită ne-relevanței mulțimilor infinite în ştiință [Jackson, 1994, 1996].

4. Concluzii

Dezvoltarea calculatoarelor numerice, începând de prin anii 1950, a schimbat pentru totdeauna nu numai bazele operaționale ale ştiinței, dar a permis elaborarea de noi teorii de validare şi de unificare a obiectivelor ştiinței. Mai mult, acestea au condus la conceptul de *digitalizare* care după apariția *scrisului* reprezintă a doua mare mutație, fundamentală, în dezvoltarea omenirii. Calculatoarele numerice permit efectuarea de *experimente computaționale* care se definesc în corpul numerelor raționale (nu reale) şi a operațiilor logice, constituind astfel o punte între experimentele fizice şi modelele matematice. Astfel de experimente computaționale, care constituie substanța informaticii, oferă o altă metodă de explorare a Naturii, instituindu-se astfel ca a *treia procedură operațională a ştiinței*, esența cele-i de-a doua metamorfoze a ştiinței. Întotdeauna acestea generează mulțimi finite de date (cu o acuratețe finită) ca soluții ale modelelor matematice, care urmează a fi interpretate într-un context fizic dat.

Principalele oportunități oferite de experimentele computaționale se referă la: *descoperirea de noi proprietăți ale modelelor matematice şi rafinarea acestora, căutarea coerentă, reprezentarea grafică, analiza cantitativă şi calitativă a datelor fizice, schimbarea dinamicii algoritmilor prin metode proprii sistemelor biologice* etc. Esența experimentelor computaționale, sau altfel spus problema fundamentală a experimentelor computaționale este *coborârea în computațional a conceptelor matematice, algoritmizarea conceptelor matematice, punerea acestora în operă*.

Să observăm că metamorfozele ştiinței au avut un impact major în evoluția societății. Dezvoltarea ştiinței şi deci a tehnologiei au schimbat paradigma mişcărilor sociale conducând întotdeauna în cele din urmă la *căderea societăților totalitare*. Să ne reamintim că *inchiziția* a căzut sub loviturile necruțătoare ale evidențelor observațiilor experimentale şi a utilizării modelelor matematice în predicționarea comportării Naturii. Mai târziu *comunismul* avea să cadă ca urmare a dezvoltării calculatoarelor, a tehnicilor de calcul numeric şi deci a matematicii experimentale, a digitalizării în sens larg, a posibilităților practic nelimitate de comunicare.

Bibliografie

Andrei, N., *Teorie versus empirism în analiza algoritmilor de optimizare*. Editura Tehnică, Bucureşti, 2004.

Andrei, N., *Eseu asupra fundamentelor informaticii*. Editura Yes, Bucureşti, 2006.

Andrei, N., *Probleme fundamentale.* Scrieri matematice, vol. 1. (manuscris), 2006.

Andrei, N., *Works 2005*. Manuscris depus la Biblioteca Academiei Române, 2005.

Andronov, A.A., *Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations autoentretenues.* C.R. Acad. Sci., Paris, vol. 189, 1929, pp.559-561.

Arnold, V.I., *Ecuații Diferențiale Ordinare.* Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1978.

Aristotel, *Metafizica.* Editura Academiei Române, Bucureşti, 1965.

Aristotel, *Fizica.* Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1966.

Augustin, Sfântul, *Confesiuni.* (Ediția a II-a, revizuită), (Ediție bilingvă, latină-română) [Traducere din limba latină, introducere şi note de Eugen Munteanu], Nemira, Bucureşti, 2006.

Borel, E., *Introduction geometrique a quelques theories physiques.* Gauthier-Villars, Paris, 1914.

Brikhoff, G.D., *Proof of Poincaré's geometric theorem.* Trans. Amer. Soc., vol. 14, 1913, pp.14-22.

Brikhoff, G.D., *Dynamical systems.* Amer. Math. Soc. Colloquim Pub., Providence, RI, 1927.

Brikhoff, G.D., *Une généralisation a n dimensions du dernier théoreme de géométrie de Poincaré.* C.R. Acad. Sci., Paris, vol. 192, 1931, pp.196-198.

Bruns, H., *Über die Integrale des Vielkörperproblems.* Sächs, Ges. Des Wiss. Bd. 39, 1887, pp.1-39.

Casti, J., *Reality Rules.* Wiley, New-York, 1992.

Cohen, J.B., *Revolution in Science.* Harvard University Press, 1985.

Euler, L., *Mechanica, sive motus scientia analytice; expasita.* St. Petersburg, 1736 (2 vol.)

Euler, L., *Theoria motus corporum solidoruni seu rigidorum.* Rostock, 1765.

Descartes, R., *Expunere Despre Metodă.* (Ediție bilingvă, latină-română), [Traducere din limba latină şi note lexicale de Dan Negrescu], Editura Paideia, Bucureşti, 1995.

Diacu, Fl., *The solution of the* $n-$ *body problem.* Mathematical Intelligencer, 18 (3), 1996, pp.66-70.

Diacu, Fl., *N-body problem.* Enciclopedia of Nonlinear Science, 2002, Fitzroy Dearborn.

Dortier, J.F., *René Descartes. De la méthode et de ses errements.* Sciences Humaines, Hors Série Spécial: Cinq siècles de pensée française, No. 6, Octobre-Novembre, 2007, pp.10-11.

Dumitriu, A., *Istoria Logicii.* Vol. I. (Ediția a III-a revăzută şi adăugită) [Pregătire pentru tipar, Paul Sfetcu], Editura Tehnică, Bucureşti, 1993.

Dumitriu, A., *Istoria Logicii.* Vol. II. (Ediția a III-a revăzută şi adăugită) [Pregătire pentru tipar, Paul Sfetcu], Editura Tehnică, Bucureşti, 1995.

Dumitriu, A., *Istoria Logicii.* Vol. III. (Ediția a III-a revăzută şi adăugită) [Pregătire pentru tipar, Paul Sfetcu], Editura Tehnică, Bucureşti, 1997.

Dumitriu, A., *Istoria Logicii.* Vol. IV. (Ediția a III-a revăzută şi adăugită) [Pregătire pentru tipar, Paul Sfetcu], Editura Tehnică, Bucureşti, 1998.

Frege, G., *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl.* Breslau, 1884.

Galileo, G., *On Motion and On Mechanics.* 1623.

Gödel, K., *Über formal unendscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systems.* Monatshefte für Mathematik und Physik, vol. 38, 1931, pp.173-198.

Jackson, E.A., *A first look at the second metamorphosis of science.* Working Paper, Santa Fe Institute, Santa Fe, New Mexico, 1994.

Jackson, E.A., *The second metamorphosis of science: a second view.* Working Paper, Beckman Institute, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1996.

Kant, I., *Critica Raţiunii Practice.* [Traducere precedată de o schiţă biografică şi o introducere de Traian Brăileanu], Editura Paideia, Bucureşti, 2003.

Kuhn, T.S., *The Structure of Scientific Revolutions.* Univiversity of Chicago Press, 1970. Tradus: *Structura Revoluţiilor Ştiinţifice*. Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1976.

Lagrange, J.L., *Mécanique Analitique.* Paris, 1788.

Mandelbrot, B., *The Fractal Geometry of Nature.* W.H. Freeman and Co., New York, 1982.

Moore, J.A., *Science as a Way of Knowing: the foundations of modern biology.* Harvard University Press, 1993.

Moreau, P.F., *Baruch Spinoza, classique et actuel.* Le Point, Hors-série no.10, Septembre-Octobre, 2006, pp.15-17.

Newton, I., *Philosophie Naturalis Principia Mathematica,* London, 1687. Tradus: *Principiile matematice ale filosofiei naturale,* Editura Academiei Române, 1956.

Penrose, R., *The Road to Reality. A complete guide to the laws of the universe.* Vintage Books, London, 2005.

Poincaré, H., *New Methods of Celestial Mechanics*. (3 vol., 1892, 1893, 1899). [Republicată de American Institute of Physics, 1993, 1077 pagini]

Plăcinţeanu, I.I., *Mecanica Vectorială şi Analitică.* Ediţia a II-a. Editura Tehnică, Bucureşti, 1958.

Pontriagin, L., *Ordinary Differential Equations.* Addison-Wesley, 1962.

Popper, K.R., *The Open Universe: an argument for indeterminism.* Rowman and Littlefield, New-York, 1982.

Rius-Camps, J., *The cosmological foundations of mechanics and the fundamental laws of dynamics.* Philosophical Yearbook, Vol. IX, University of Navarra, Barcelona, 1976. [New edition, 1993]

Russel, B., and Whitehead, A.N., *Principia Mathematica.* Vol. 1. Cambridge, 1910.

Russel, B., and Whitehead, A.N., *Principia Mathematica.* Vol. 2. Cambridge, 1912.

Russel, B., and Whitehead, A.N., *Principia Mathematica.* Vol. 3. Cambridge, 1913.

Sundman, K., *Recherches sur le problème des trois corps.* Acta Mathematica, vol.36, 1912, pp.105-179.

Zeeman, E., *Stability of dynamic systems.* Nonlinearity, vol. 1, 1988, pp.115-155.

Zeeman, E., *A new concept of stability*, în B. Goodwin, P. Saunders (Eds.) Theoretical Biology, Edinburgh University Press, 1989, pp.8-15.

Weisskopf, V.F., *The frontiers and limits of science.* American Scientist 65 (1977), pp. 405-411.

1 august, 2007